

Optimering och simulering: Hur fungerar det och vad är skillnaden?

Anders Peterson,
Linköpings universitet

Andreas Tapani, VTI
med inspel från
Sara Gestrelus, RISE-SICS

En titt i KAJTs verktygslåda

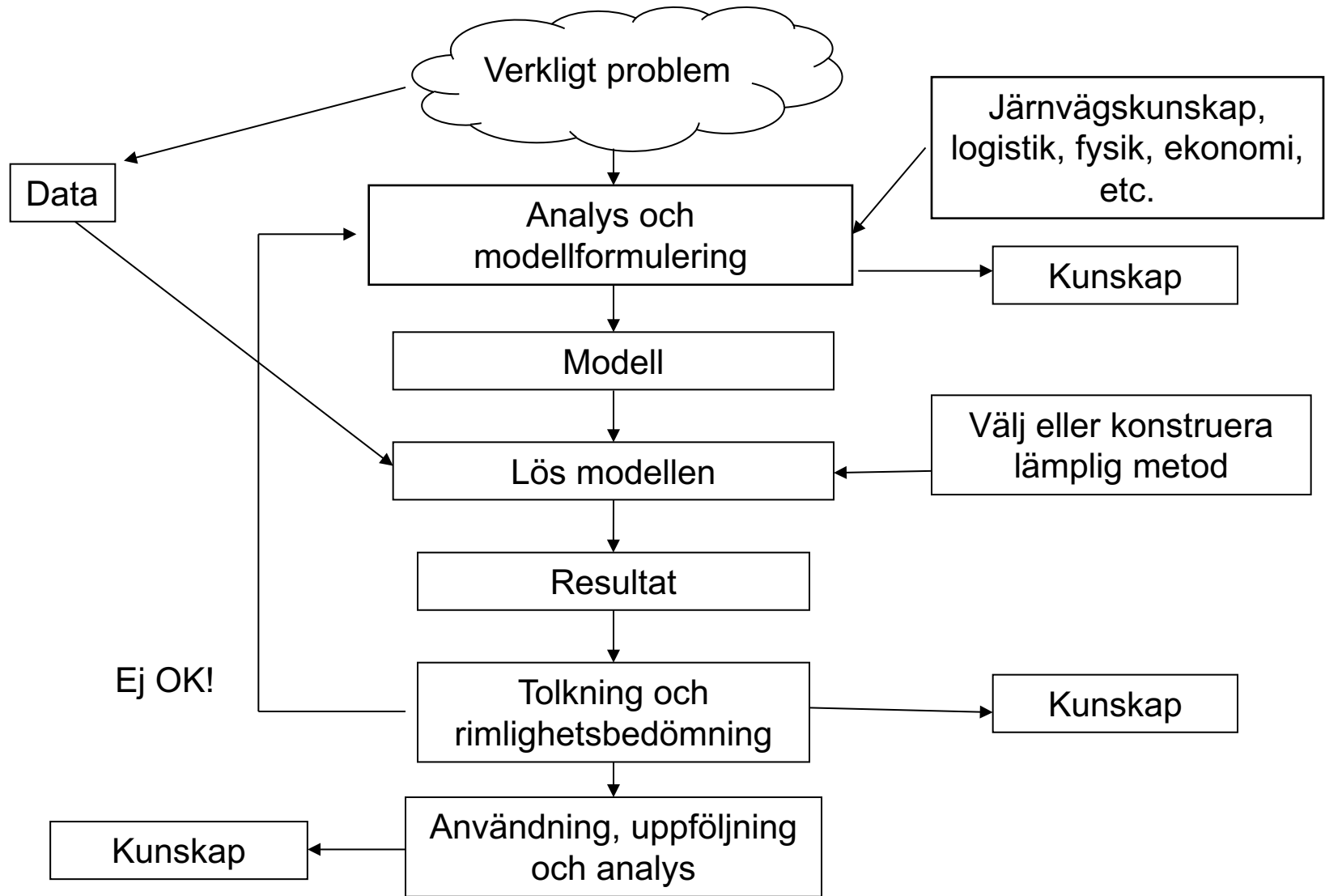


Agenda

- Modellering
- Simulering
- Optimering
- Problemlösning med simulering i samspel med optimering



Problemlösning med modell



Varför skapa modell?

- Ett bra sätt att systematiskt strukturera och analysera ett verkligt problem.
- Konstruktionen av modellen leder till ökad kunskap om det verkliga problemet.
- En matematisk analys av modellen kan ge ökad kunskap om det verkliga problemet.
- Med modellen kan vi simulera verkligheten och hypotetiska scenarier, t ex experiment som inte låter sig göras i verkligheten pga kostnad, tid eller risk.

Val av modell



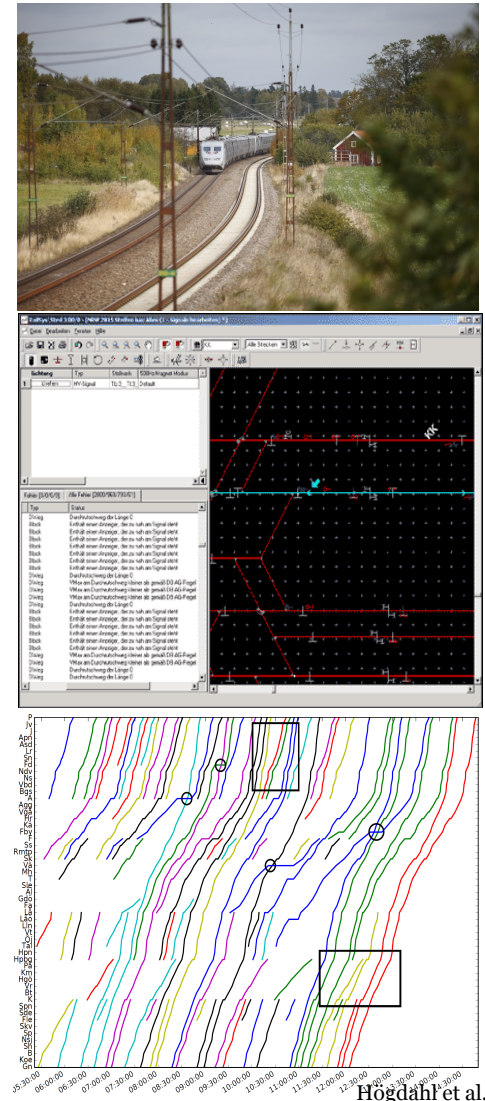
- När är en modelljärnväg en bra, respektive mindre bra modell över trafiken?
- Vad är noga respektive mindre noga modellerat här?

Potentiella svårigheter med användning av matematiska modeller

- **Avgränsning**
Vilka omständigheter måste beaktas vid modelleringen och vilka är irrelevanta eller försumbara?
- **Validering**
Beskriver modellen tillräckligt väl de relevanta aspekterna i det verkliga problemet (i relation till modellens syfte)?
- **Datainsamling**
Kan modellens parametrar skattas (med tillräcklig noggrannhet)?
- **Lösbarhet**
Kan modellen behandlas numeriskt (med tillräcklig noggrannhet och på rimlig tid)?

Simulering

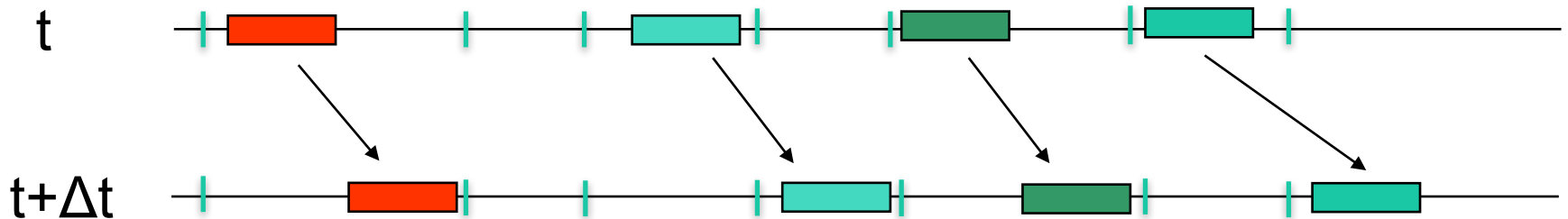
- ”simule’ring (ytterst av latin si’mulo ’efterhärma’, låtsa’), att representera ett system med ett annat i avsikt att studera dess dynamiska uppförande eller för att under laboratorieförhållanden träna behärskandet av systemet.” (NE.se)
- Trafiksimulering
 - Verktyg för scenarioanalyser
 - Vad blir effekterna av förändringar i trafiksystemet?
 - Hur fungerar en föreslagen trafikering?



Högdahl et al.

Olika typer av simulering

- Tidsstyrd simulering
 - Diskret tid, fast tidssteg och uppdatering av alla systemkomponenter i varje tidssteg

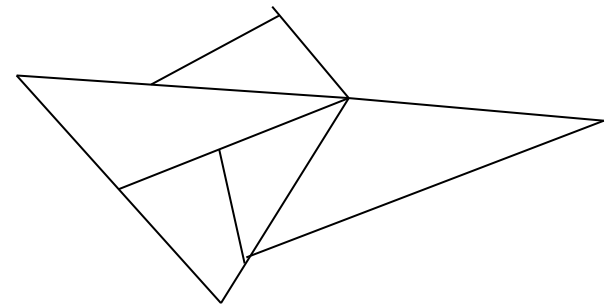
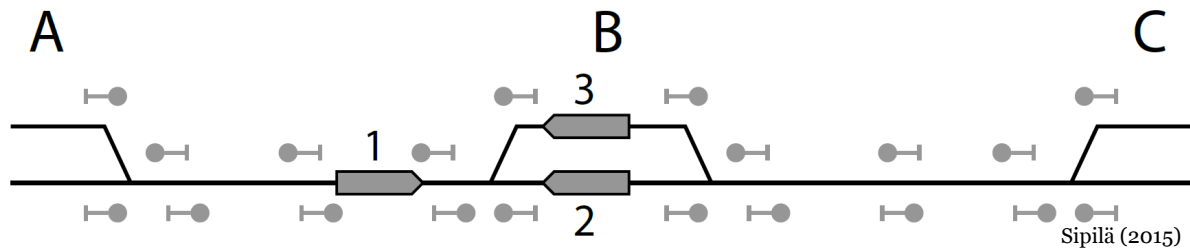


- Händelsestyrd simulering
 - Diskret tid, variabelt tidssteg, uppdatering av systemkomponenter när de ändrar tillstånd

$\Delta t?$

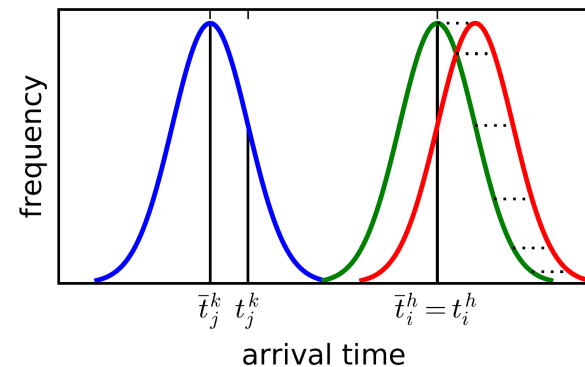
Skalor?

- Upplösning i tid och rum
 - Trafikering, infrastruktur och beteenderegler
 - Mikrosimulering – Makrosimulering



Variation och slumpen?

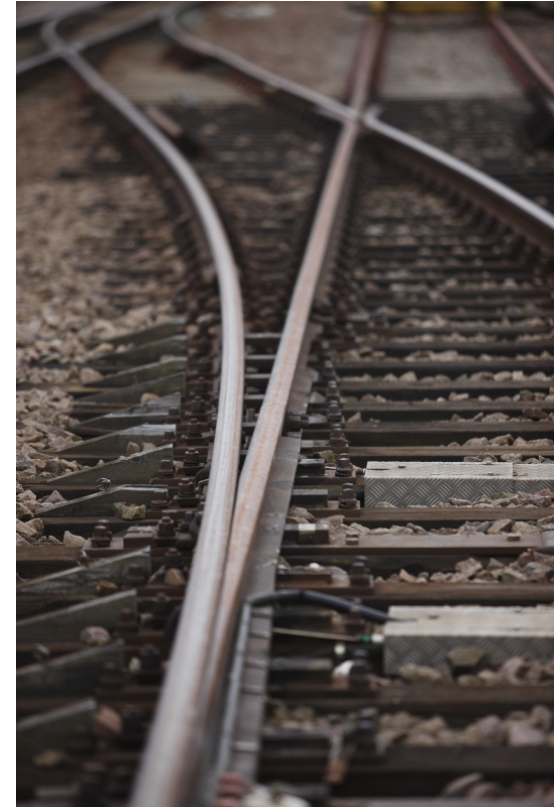
- Deterministisk simulering
 - Fasta egenskaper hos ingående komponenter i simuleringen
- Stokastisk simulering
 - Variation representeras genom statistiska fördelningar



Högdahl et al.

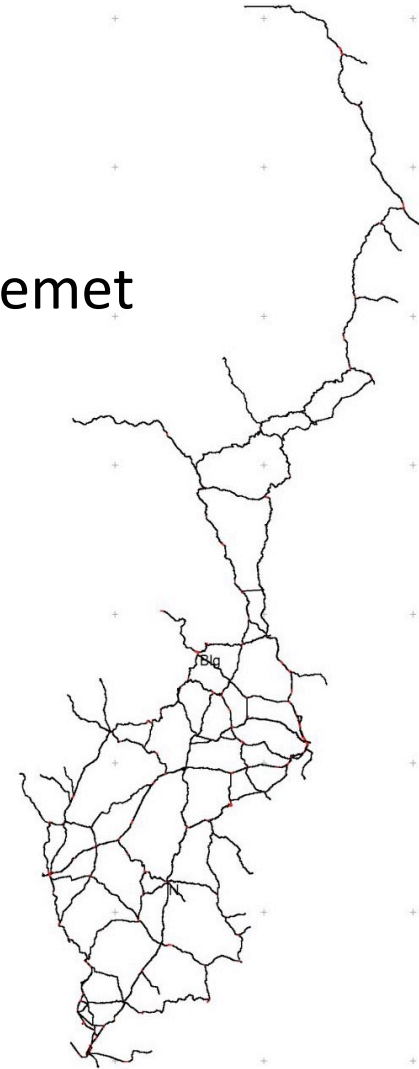
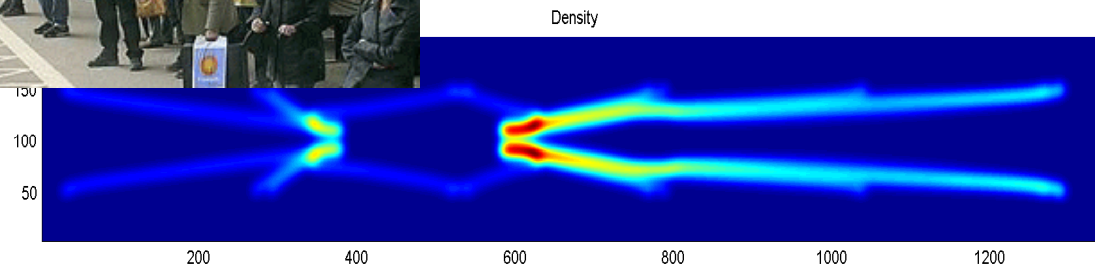
Resultat från simulering

- Godhetsmått
 - Körtider
 - Punktlighet
 - etc.
- Stokastiska simuleringsmodeller måste köras upprepade gånger (replikationer) med olika startvärden (slumpfrön)
 - godhetsmått beräknas som medelvärden och fördelningar



Simulering av järnvägstrafik

- Railsys - mikrosimuleringmodell för järnvägssystemet
 - Simulering av tåg enligt tidtabell
- Specifika modeller för analys av delsystem?
 - Spårtilldelning vid stationer, Resenärerna?



Optimeringsmodeller

- ”optime’ring (av latin *o’ptimus* ’bäst’), metoder för att bestämma största (eller minsta) värdet av en matematisk funktion” (NE.se)
- Optimeringslära är matematik som syftar till att *göra något så bra som möjligt*.



Formulering av optimeringsmodeller

- Fråga: Vad i problemet kan *varieras* (påverkas, styras, beslutas etc)? Svaret ger modellens *(besluts-) variabler*, *(decision) variables*.
- Fråga: Vad är *målsättningen* och hur beror den av det som kan varieras? Svaret ger *målfunktionen*, *the objective*.
- Fråga: Vilka *restriktioner* begränsar valfriheten i det som kan varieras? Svaret ger *bivillkoren*, *the constraints*.
- Notera: Skilj noga på *givna förutsättningar* och *storheter som kan påverkas/varieras*.

Typer av optimeringsmodeller

Vilka värden kan variablerna anta?

- Kontinuerliga värden ger *kontinuerligt problem*
- Endast förutbestämda värden ger *diskret problem*
- Båda dessa typer ger ett *blandat problem*

Finns bivillkor?

- Saknas bivillkor fås ett *problem utan bivillkor (unconstrained)*

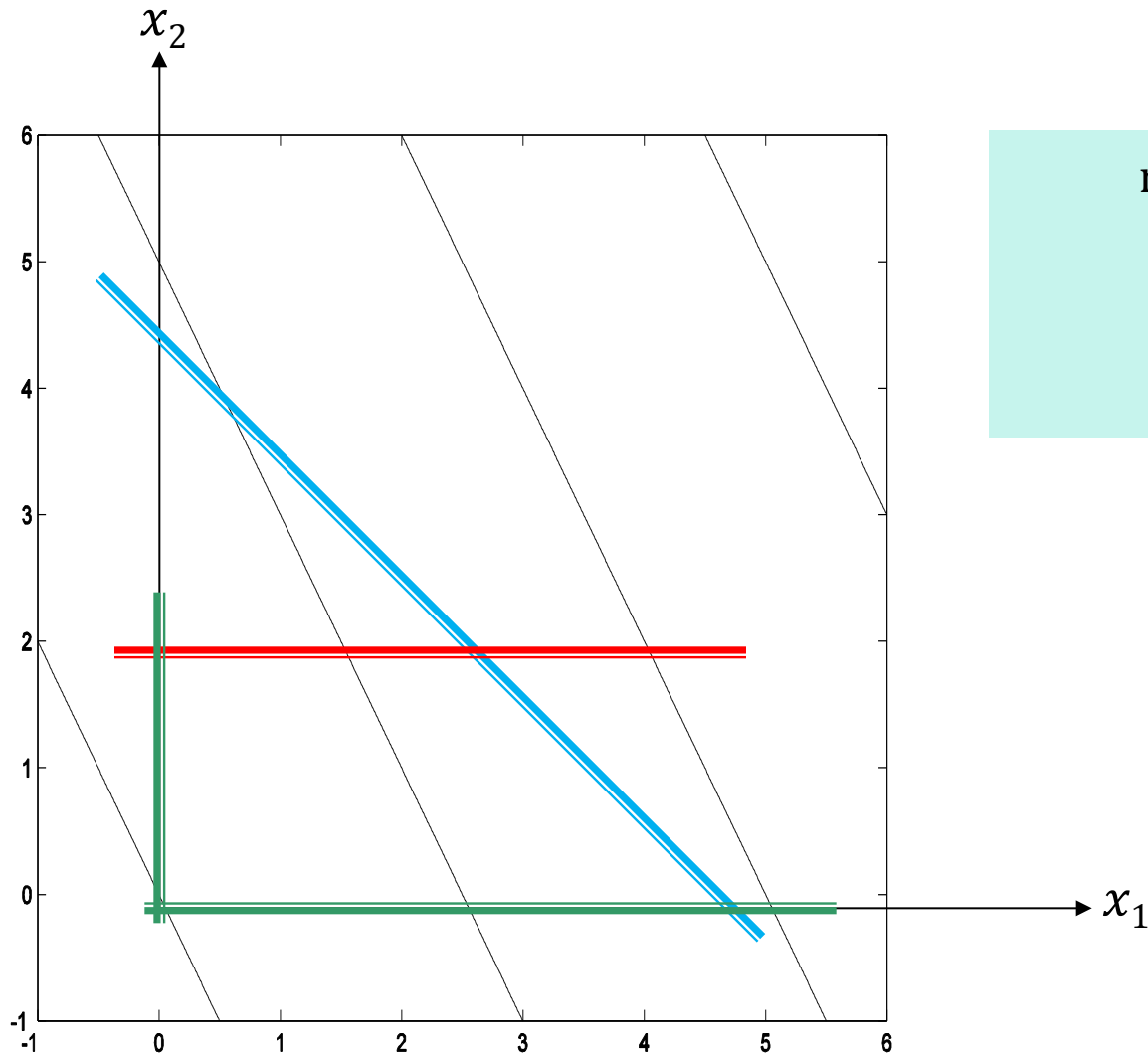
Är målfunktion och bivillkorsfunktionerna linjära?

- Alla funktioner linjära ger *linjärt problem*

Har variabler och/eller bivillkor någon speciell struktur?

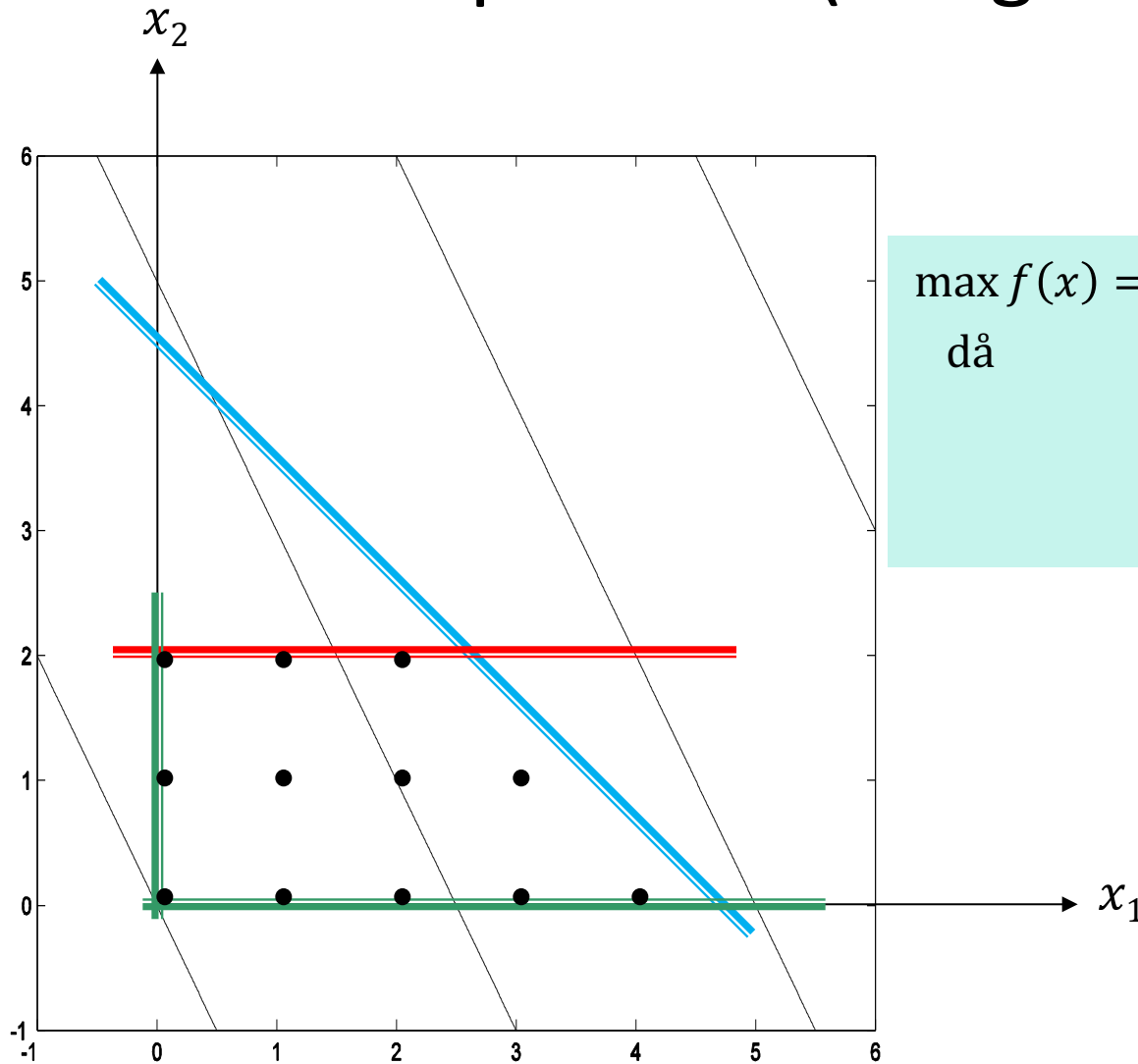
- Till exempel en nätverksstruktur.

Linjärt problem (linear problem)



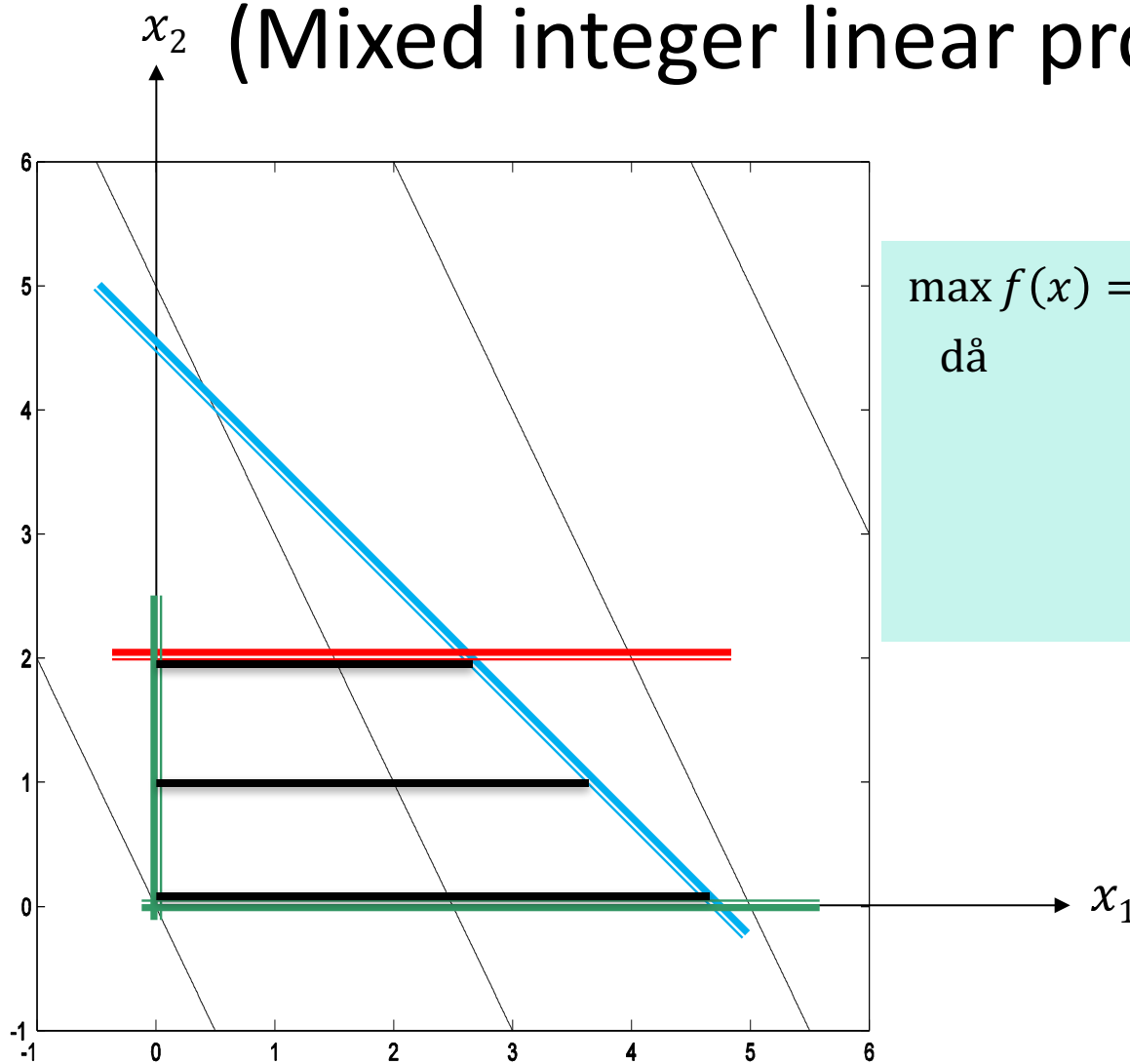
$$\begin{aligned} \max f(x) &= 2x_1 + x_2 \\ \text{då} \quad & 2x_1 + 2x_2 \leq 9 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Diskret problem (integer problem)



$$\begin{aligned} \max f(x) &= 2x_1 + x_2 \\ \text{då} \quad 2x_1 + 2x_2 &\leq 9 \\ & \quad \quad \quad x_2 \leq 2 \\ & \quad \quad \quad x_1, x_2 \geq 0, \text{ heltal} \end{aligned}$$

Blandad linjärt heltalsproblem (Mixed integer linear problem)

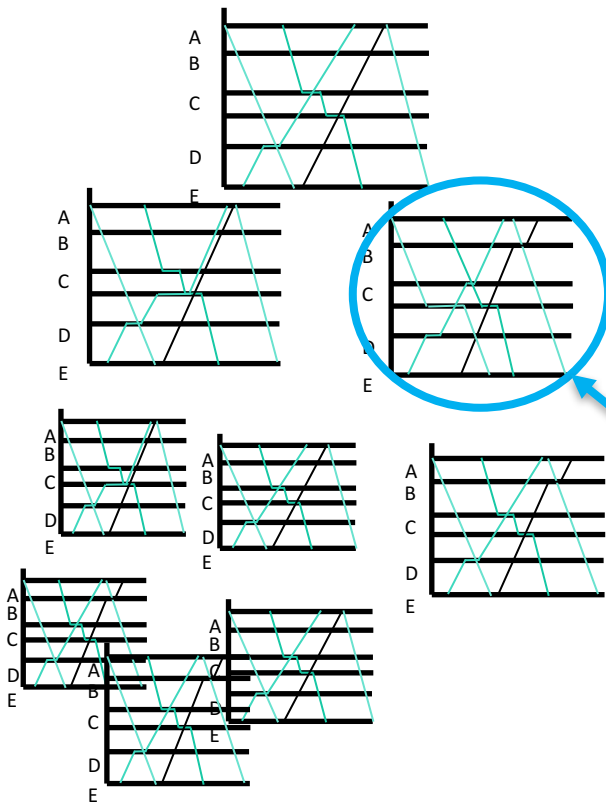


$$\begin{aligned} \max f(x) &= 2x_1 + x_2 \\ \text{då} \quad 2x_1 + 2x_2 &\leq 9 \\ & \quad \quad \quad x_2 \leq 2 \\ & \quad \quad \quad x_1, \quad x_2 \geq 0 \\ & \quad \quad \quad x_2 \text{ heltal} \end{aligned}$$

Optimering jämfört med simulering – Analys av tidtabeller

- Optimering söker igenom **alla** tidtabeller och identifierar **den bästa** tidtabellen givet önskade tidtabellsegenskaper. Den antar att det finns en minsta körtid/uppehållstid för alla tåg.
 - Måluppfyllnad söks exakt.
- Simulering försöker efterlikna en verklig kördag och genererar **slumpmässiga** körtider/uppehållstider. Simuleringen körs **många** gånger för att ge **statistiskt** underlag för hur **en** tidtabell kan tänkas fungera i verklig drift, men försöker inte hitta den bästa tidtabellen.
 - Måluppfyllnad fastställs statistiskt efter simulering.

Optimering – hitta den bästa tidtabellen!

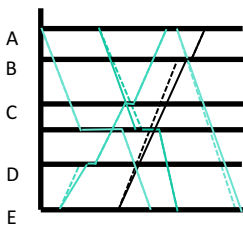
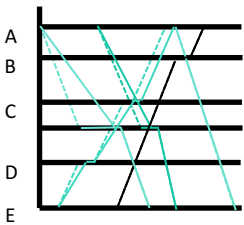
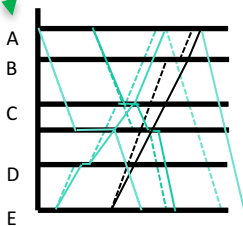
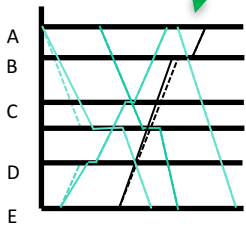
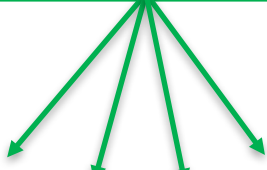
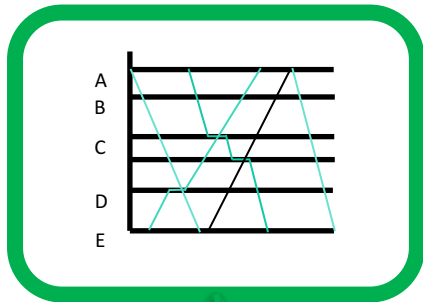


1. Många tidtabeller att välja mellan, man kan inte ens generera alla.
2. Använd smarta sökfunktioner.
3. Identifiera **den bästa** tidtabellen.
4. Använder minsta körtid och uppehållstid, **inte** dagliga variationer.

Resultat: Den bästa tidtabellen, givet definierade egenskaper.

~~**Inte resultat:** Statistiskt underlag för hur bra en given tidtabellen kan tänkas vara i daglig drift.~~

Simulering – en verklighet på låtsas



1. En tidtabell, flera slumpmässiga utfall som ska efterlikna verklig drift. Varje utfall kan ha sin egen optimala tidtabell, men den eftersöks och hittas inte.
2. Samma period/problem simuleras **många gånger** för att få ett **statistiskt** underlag för om tidtabellen är bra givet verkliga variationer eller inte.

Resultat: *Statistiskt underlag för hur bra en given tidtabell kan tänkas vara i verklig drift.*

~~Inte resultat:~~ *Den bästa tidtabellen givet definierade egenskaper.*

Att kombinera optimering och simulering (1)

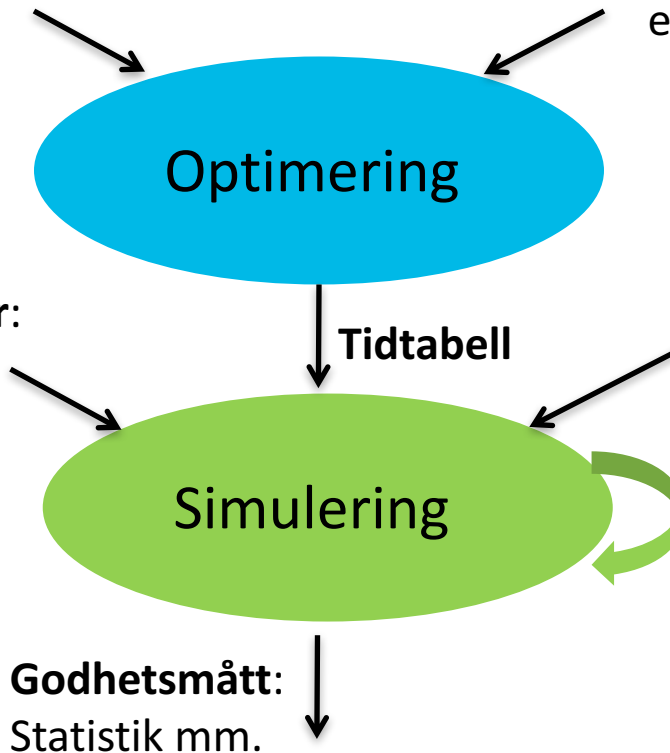
– simulering som utvärderingsverktyg

Regler som måste uppfyllas:
minsta körtid, geografi,
buffertider, mm.

Egenskaper som en bra
tidtabell har: robusthet,
effektivitet, mm.

Beteenderegler:
tågklarering,
körning, mm.

**Statistiska
fördelningar:**
körtider mm.



**Många
replikationer.**

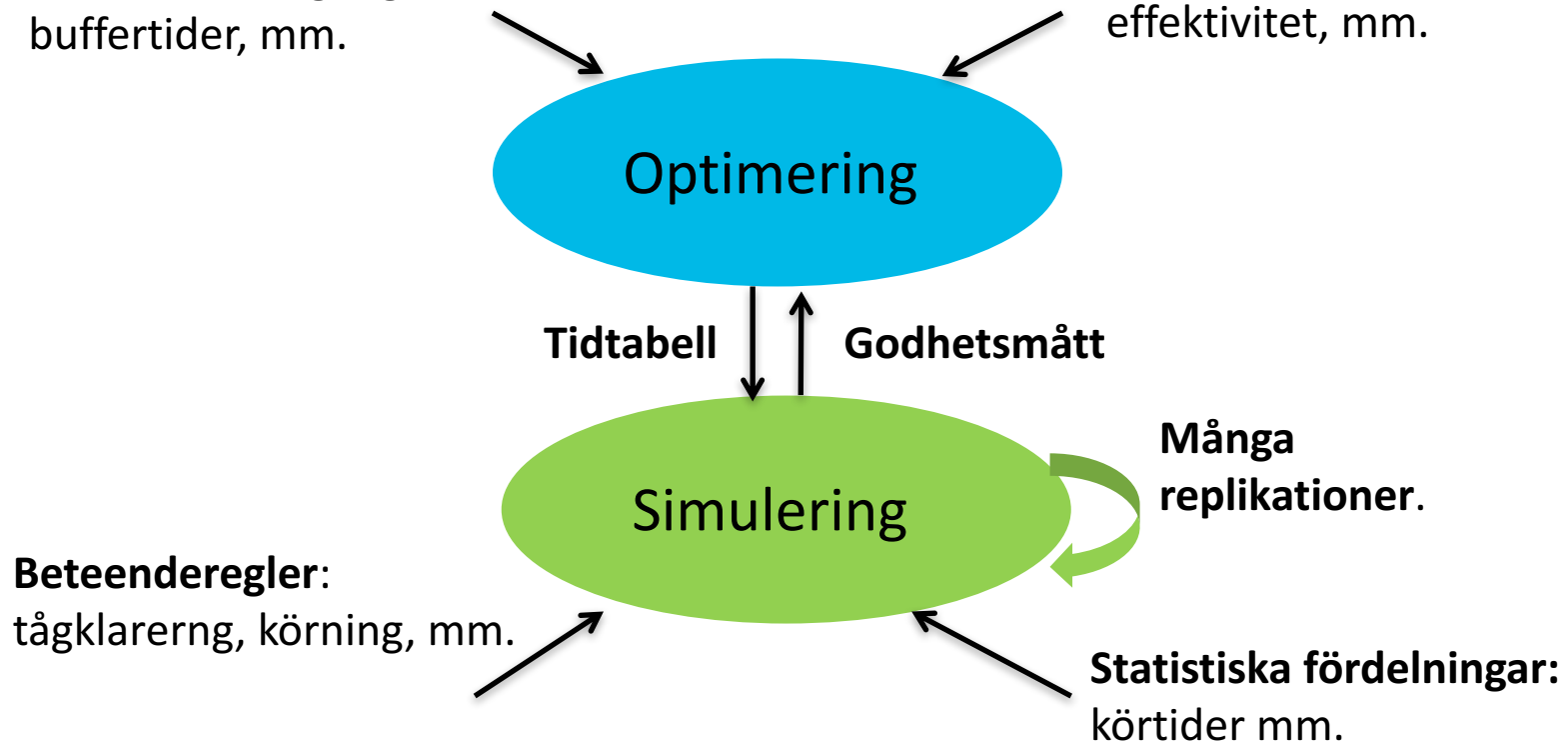
Godhetsmått:
Statistik mm.

Att kombinera optimering och simulering (2)

– simulering som en del av optimering

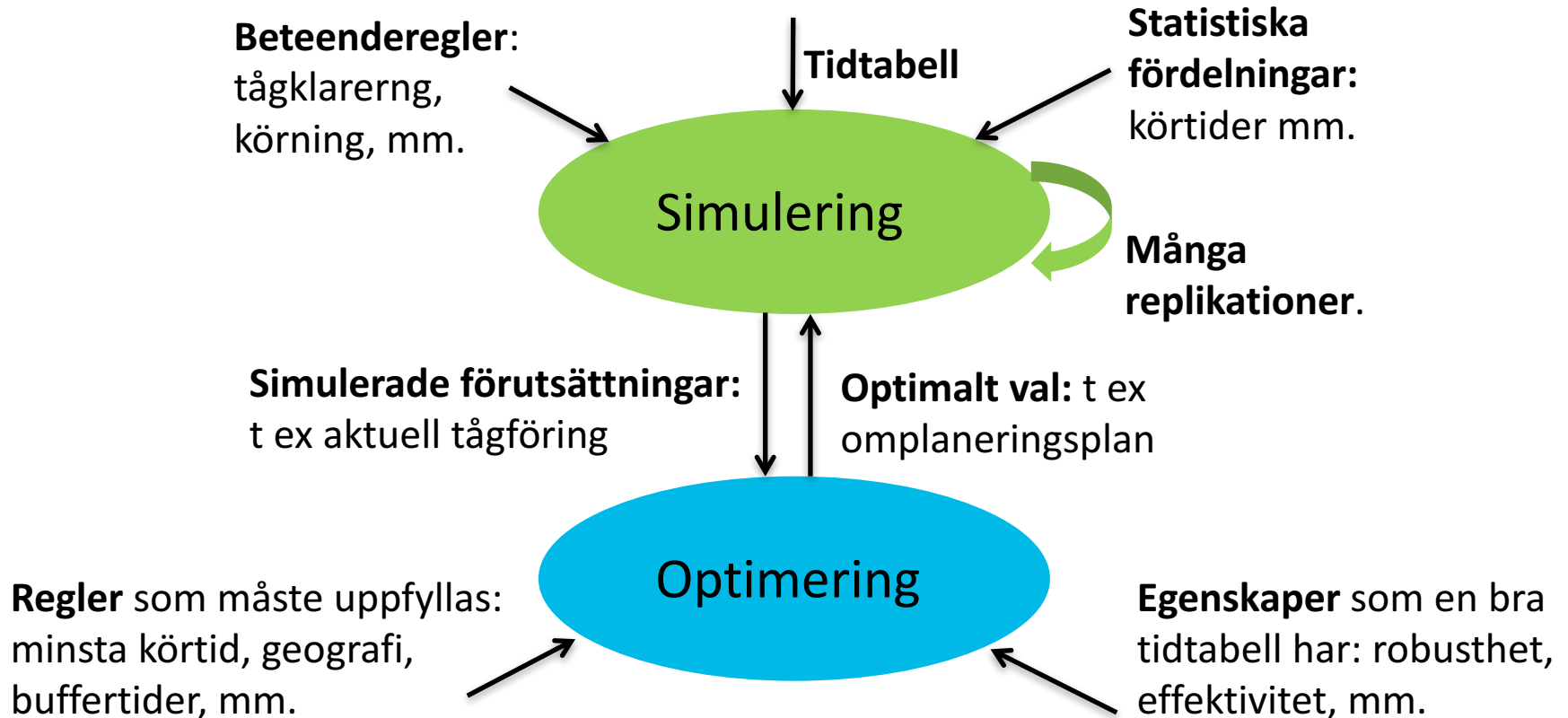
Regler som måste uppfyllas:
minsta körtid, geografi,
buffertider, mm.

Egenskaper som en bra
tidtabell har: robusthet,
effektivitet, mm.



Att kombinera optimering och simulering (3)

– optimering som en del av simulering



Sammanfattning

- Modellering
 - Förenklade sätt att beskriva verkliga frågeställningar
- Simulering
 - Verktyg för att studera effekter av tänkta lösningar
- Optimering
 - Verktyg för att hitta den bästa lösningen
- Kombinerad simulering och optimering
 - Kraftfulla verktyg för att hitta bästa lösningen till komplexa problem

www.liu.se